Discussione di un'equazione di 1° grado

Dopo aver applicato 1° e 2° principio di equivalenza (o le regole conseguenti) ad una equazione di 1° grado, ci si trova di fronte ad una equazione del tipo:

$$ax = b$$

che si chiama equazione in forma normale .

a è il coefficiente dell'incognita, ***b*** è il termine noto.
A seconda dei valori di ***a*** e ***b***, si possono avere 3 casi, lo studio dei quali è detto discussione dell'equazione .

1° caso: $a \neq 0$ (equazione determinata) applicando il 2° principio di equivalenza si trova che: $x = \frac{b}{a}$
es.:

$$3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \qquad 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{4} = 0$$

2°caso: $a = 0; b \neq 0$ (equazione impossibile)

si presenta nella forma: $0 \cdot x = b$

Poiché non esiste nessun numero che moltiplicato per zero dia per risultato un numero diverso da zero, la soluzione $x = \frac{b}{0}$ non ha significato.

es.: $0 \cdot x = 13$

$$0 \cdot x = \frac{2}{3}$$

3°caso: $a = 0; b = 0$ (equazione indeterminata)

si presenta nella forma: $0 \cdot x = 0$

Poiché qualsiasi valore moltiplicato per zero da come risultato zero, la soluzione $x = \frac{0}{0}$ è indeterminata.

Risolviamo l'equazione:

$$\frac{x+1}{4}-\left\{-\frac{7}{10}-\left[\left(\frac{3-2x}{4}-\frac{3}{5}\right)-\frac{3x-10}{2}\right]-\frac{9}{10}\right\}=0$$

Per prima cosa eliminiamo le parentesi tonde, quadre e graffe, stando attenti ai segni !

$$\frac{x+1}{4}-\left\{-\frac{7}{10}-\left[\frac{3-2x}{4}-\frac{3}{5}-\frac{3x-10}{2}\right]-\frac{9}{10}\right\}=0$$

$$\frac{x+1}{4}-\left\{-\frac{7}{10}-\frac{3-2x}{4}+\frac{3}{5}+\frac{3x-10}{2}-\frac{9}{10}\right\}=0$$

$$\frac{x+1}{4}+\frac{7}{10}+\frac{3-2x}{4}-\frac{3}{5}-\frac{3x-10}{2}+\frac{9}{10}=0$$

Trovo il m.c.d. e riduco tutte le frazioni allo stesso denominatore:

$$\frac{5x+5+14+15-10x-12-30x+100+18}{20}=0$$

Applico il 2° principio di equivalenza per eliminare il denominatore (moltiplico entrambi i membri per il m.c.d.):

$$\cancel{20}\cdot\frac{5x+5+14+15-10x-12-30x+100+18}{\cancel{20}}=0\cdot 20$$

Resta così solo il numeratore:

$$5x+5+14+15-10x-12-30x+100+18=0$$

Applico la regola del trasporto:

$$5x-10x-30x=-5-14-15+12-100-18$$

Riduco i termini simili:

$$-35x=-140$$

Applico il 2° principio di equivalenza moltiplicando entrambi i termini per -1:

$$35x=140$$ (equazione in forma normale, del tipo: $ax=b$ la cui soluzione è $x=\frac{b}{a}$)

Poiché $a\neq 0$ ci troviamo nel primo caso, l'equazione è determinata e la sua soluzione è:

$$x=\frac{140}{35}=4$$

Risolviamo l'equazione:

$$\frac{5-x}{4}+\frac{1}{2}x-\frac{16+x}{6}=\frac{x-3}{2}+\frac{1}{12}-\frac{5}{12}x$$

Trovo il m.c.d. e riduco entrambi i membri allo stesso denominatore:

$$\frac{15-3x+6x-32-2x}{12}=\frac{6x-18+1-5x}{12}$$

Applico il 2° principio moltiplicando entrambi i membri per il m.c.d.:

$$12\cdot\frac{15-3x+6x-32-2x}{12}=\frac{6x-18+1-5x}{12}\cdot 12$$

semplificando, elimino i denominatori

Resta solo il numeratore:

$$15-3x+6x-32-2x=6x-18+1-5x$$

come applicazione del 1° principio, posso eliminare i termini identici che compaiono al 1° e 2° membro

Applico la regola del trasporto:

$$-3x-2x+5x=-18+1-15+32$$

Riduco i termini simili:

$$0\cdot x=0$$

Ottengo l'equazione in forma normale.
Poiché a e b sono pari a zero, per cui l'equazione è indeterminata .

Risolviamo l'equazione:

$$\frac{x-5}{7}+\frac{1}{14}(x+5)-\frac{3}{7}x=\frac{1}{2}(x-4)-\frac{5x+2}{7}$$

Elimino le parentesi eseguendo le moltiplicazioni:

$$\frac{x-5}{7}+\frac{1}{14}x+\frac{5}{14}-\frac{3}{7}x=\frac{1}{2}x-2-\frac{5x+2}{7}$$

Trovo il m.c.d. e riduco entrambi i membri allo stesso denominatore:

$$\frac{2x-10+x+5-6x}{14}=\frac{7x-28-10x-4}{14}$$

Applico il 2° principio moltiplicando entrambi i membri per il m.c.d.:

$$14\cdot\frac{2x-10+x+5-6x}{14}=\frac{7x-28-10x-4}{14}\cdot 14$$

semplificando, elimino i denominatori

Resta solo il numeratore:

$$2x-10+x+5-6x=7x-28-10x-4$$

Applico la regola del trasporto:

$$2x+x-6x-7x+10x=-28-4+10-5$$

Riduco i termini simili:

$$0\cdot x=-27$$

Ottengo l'equazione in forma normale.
Poiché a è pari a zero, la soluzione sarebbe $x=-\frac{27}{0}$ e quindi l'equazione è indeterminata .